

Datenanalyse in der Physik

Übung 6

Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie und Maximum-Likelihood Methode

Prof. J. Mnich

`joachim.mnich@desy.de`

DESY und Universität Hamburg



Maximum-Likelihood-Methode: Einfaches Beispiel

- In einer Messreihe zur Bestimmung der Lebensdauer eines schwach radioaktiven Präparats wurden in gleichen Zeitintervallen die folgende Anzahl an Zerfällen registriert:

$$r_i = [1, 1, 5, 4, 2, 0, 3, 2, 4, 1, 2, 1, 1, 0, 1, 1, 2, 1]$$

Erstellen Sie ein Maple-Arbeitsblatt zur Auswertung dieser Messreihe.

- Berechnen Sie den Mittelwert der Zerfälle pro Zeitintervall und den erwarteten Fehler auf den Mittelwert. Prüfen Sie, ob die Verteilung der Zufallsvariablen mit der erwarteten Form übereinstimmt.
- Stellen Sie die Likelihood-Funktion $l(\mu) = -\ln L(\mu)$ auf und bestimmen Sie das Minimum. Zeichnen Sie die Funktion im interessanten Bereich und vergleichen Sie sie mit der quadratischen Näherung.
- Bestimmen Sie aus beiden Funktionen den Fehler auf den Mittelwert.

Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie

- Wir betrachten im Folgenden die Daten aus der Datei `L3.dat`, die Sie bereits in Übung 4 behandelt haben. Diese Datei enthält gemessene Impulse in kartesischen Koordinaten für Myonpaare aus der Reaktion



wie sie durch das L3 Experiment aufgezeichnet wurden.

- Ein wichtiger Parameter, der aus diesem und ähnlichen Datensätzen gewonnen wurde, ist die Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie A :

$$A = (N_V - N_R) / (N_V + N_R)$$

Hierin sind N_V und N_R die Ereignisse, bei denen das μ^- in Vorwärts- ($\cos \theta_{\mu^-} > 0$) bzw. Rückwärtsrichtung fliegt. Die heutige Aufgabe ist, diese Asymmetrie inklusive des statistischen Fehlers zu bestimmen.

Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie

- Zeigen Sie zunächst, dass man den statistische Fehler der Messung schreiben kann als

$$\sigma_A = \sqrt{\frac{1 - A^2}{N}}$$

mit $N = N_V + N_R$.

- Betrachten Sie hier zunächst N_V und N_R als unabhängige, gaußverteilte Zufallsvariablen.
Zeigen Sie auch, dass man zu dem gleichen Ergebnis kommt, wenn man jedes Ereignis als Bernoulli-Experiment auffasst und z.B. ein Vorwärtsergebnis als Erfolg definiert.
- Bestimmen Sie nun die Asymmetrie inklusive ihres statistischen Fehlers, indem Sie die Datei einlesen und die Ereignisse zählen.

Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie

- Die Wahrscheinlichkeits-Verteilung (Winkelverteilung) von $\cos(\theta_{\mu-})$ ist gegeben durch

$$\frac{3}{8} (1 + \cos^2 \theta_{\mu-}) + A \cos \theta_{\mu-}$$

- Zeigen Sie, dass diese Verteilung korrekt normiert ist und dass A der oben definierten Vorwärts-Rückwärts-Asymmetrie entspricht.
- Tragen Sie die $\cos \theta_{\mu-}$ -Werte aus dem Datensatz in einem Histogramm auf und vergewissern Sie sich, dass Sie dieser Winkelverteilung folgen.
- Berechnen Sie nun die Asymmetrie des Datensatzes inklusive statistischem Fehler mit einem Maximum-Likelihood-Fit.
- Schreiben Sie eine C-Funktion, die $l(A)$ berechnet und von MINUIT aus aufgerufen werden kann. Minimieren Sie $l(A)$ mit Hilfe von MIGRAD und berechnen Sie den Erwartungswert und die Fehler von A mit Hilfe von MINOS.
Sie können dabei von dem Beispiel ausgehen, das in der Vorlesung behandelt wurde. Dessen Quelltext finden Sie in der Datei [MINUIT-template.C](#) auf der Webseite.